**Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по направлению 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика**

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.

2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталя.

3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы интегрирования.

4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном отображении.

5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, по членном интегрировании и дифференцировании.

6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; по членное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.

8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.

10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.

11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.

12. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.

13. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.

14. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).

15. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.

16. Уравнения в частных производных. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Общие понятия об уравнениях математической физики и их связи с физическими задачами. Классификация уравнений математической физики.

17. Задачи Коши, Дирихле и Неймана для уравнений математической физики.

18. Методы решения основных задач математической физики. Метод разделения переменных – метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Задача об охлаждении пластины.

**Список литературы**

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — М.: Лань, 2007.

2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. — М.: Лань, 2009.

3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. — М.: Высшая школа, 1985.

4. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М.: Физматлит, 2006.

5. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. / С. М. Никольский. — М.: Физматлит, 2001.

6. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. — М.: Лань, 2009.

6. Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — М.: Физматлит, 2003.

7. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. — М.: Наука, 1983.

8. Михлин С. Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. — СПб.: Лань, 2002.

9. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).

10. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. — М.: Наука, 1970.

11. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. — М.: Наука, 2003.